

Ефремова С.В., учитель математики. Разработка урока алгебры и начал анализа в 10 классе по теме «Обратная функция» (по технологии смешанного обучения «Перевернутый класс»)

Урок алгебры и начал анализа проведён по технологии смешанного обучения «Перевернутый класс». Применяемая технология способствовала достижению положительных результатов. Показателем результативности урока является хорошее качество выполнения обучающимися самостоятельной работы - 76,5% , не справился с работой - 1 уч. (5,9%), что значительно лучше по сравнению с другими самостоятельными работами (в традиционной форме). Таким образом, цели и задачи урока реализованы.

Тема: Обратная функция

Предмет: алгебра и начала анализа

Класс: 10

Цель урока: выявление уровня усвоения нового материала, разобранного дома самостоятельно, усвоить понятия «обратимая функция», «обратная функция», научиться применять знания о свойствах взаимно обратных функций к построению их графиков, учиться общаться и сотрудничать в группах.

Планируемые результаты:

личностные:

-формирование ответственного отношения к учению на основе мотивации к обучению и познанию;

-формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками и взрослыми в процессе учебной деятельности.

- формирование мотивации на обучение и способности к выстраиванию индивидуального образовательного маршрута;

метапредметные:

- умение определять и формулировать цель изучения нового материала;

-умение оценивать правильность выполнения учебных и иных задач;

- умение работать с различными источниками информации, классифицировать и обобщать, выявлять аналогичные процессы и явления, делать выводы и умозаключения;

- умение получать информацию в результате смыслового прочтения текста;

- умение оформлять свои действия в форме алгоритма;

- умение применять ИКТ - компетенции для решения учебных задач .

предметные:

- обеспечить усвоение новых понятий «обратимая функция», «обратная функция», свойств взаимно обратных функций;
- обобщить сведения о свойствах взаимно обратных функций, научиться строить графики взаимно обратных функций;
- закрепить навык аналитического задания функции, обратной данной;

Организационная структура урока:

Этап урока: самостоятельная работа дома.

Инструкция к выполнению домашнего задания по алгебре и началам анализа в 10 классе по теме «Обратная функция» (по технологии смешанного обучения «Перевернутый класс»).

1. Внимательно прочитайте п. 10 Обратная функция стр.71-74 учебника 10 кл. А.Г.Мордкович, П.В.Семенов (профильный уровень) или п.3 Обратная функция стр.18-22 учебника 10-11 кл. А.Г.Мордкович, П.В.Семенов (базовый уровень).
2. Внимательно изучите новый материал на сайте: алгебракласс, обратная функция <http://www.algebraclass.ru/obratnaya-funkciya/>
3. Посмотрите презентацию по теме урока, обратите внимание на примеры.
4. Проанализируйте различные источники и составьте опорный конспект по изученному материалу.
5. Ответьте на вопросы:
 - Какая функция называется обратимой?
 - Какая функция называется обратной?
 - Какая функция обратима на некотором множестве X ?
 - Какими свойствами обладают взаимно обратные функции?
 - Как из графика функции $y=f(x)$ получить график ей обратной функции?
 - Как задать аналитически функцию, обратную данной $y=f(x)$? Составьте алгоритм.
6. Зарегистрируйтесь на сайте и пройдите тест для тренировки:
<http://www.yaklass.ru>

Деятельность учителя:

1. Разработка (подбор) наглядных материалов по теме урока, заданий для проверки первичного усвоения, разработка схем (механизм, алгоритм) работы учащихся

Деятельность ученика:

1. Просмотр учебных материалов.
2. Анализ просмотренных учебных материалов и составление опорного конспекта.
3. Составление алгоритма аналитического задания функции, обратной данной.
4. Поиск информации по теме, ответ на поставленные вопросы и задания.
5. Выполнение теста. (Обязательно для выполнения каждым учеником.)

Этап урока: совместная работа в классе.

Деятельность учителя:

1. Организация проверки выполнения домашнего задания.

На прошлом уроке в качестве домашнего задания вы получили учебные материалы по новой теме, которые вы должны были изучить и выполнить задания.

-На какую тему был учебный материал? (слайд 1)

Инструкция к д/з (слайд 2)

-Какова цель нашего урока? (слайд 3)

-У кого возникли затруднения при выполнении заданий и теста?

Итак, план урока следующий: обсудим тему урока, ответим на вопросы, выполним практические задания. В конце урока подведем итоги.

Экспресс-опрос по теме «Обратная функция» на выявление уровня восприятия новой темы, изученной дома самостоятельно по инструкции учителя.

1. Какая функция называется обратимой?

Функцию $y=f(x)$, $x \in X$ называют **обратимой**, если любое свое значение она принимает только в одной точке множества X (иными словами, если разным значениям аргумента соответствуют разные значения функции). (слайд 4)

2. Какая функция обратима на некотором множестве X ?

ТЕОРЕМА 1. Если функция $y=f(x)$, $x \in X$ монотонна на множестве X , то она обратима. (слайд 5)

Работа по рисункам на доске. **На каком рисунке изображен график обратимой функции и почему?**

3. Какая функция называется обратной?

Пусть функция $y=f(x)$ – обратимая и $D(y)=X$, $E(y)=Y$. Поставим в соответствие каждому значению $y \in Y$ единственное значение x , при котором $f(x)=y$ (т.е. ед. корень уравнения $f(x)=y$ относительно переменной x). Тогда получим функцию $x=f^{-1}(y)$, которая определена на Y , а X – её область

значений. Такую функцию $x = f^{-1}(y)$ называют **обратной** по отношению к функции $y=f(x)$. (слайд 6)

4. Какими свойствами обладают взаимно обратные функции?

1. Область определения и область значений взаимно обратных функций меняются местами.
2. Если функция возрастает (убывает) на X , то ей обратная функция так же возрастает (убывает) на Y .
3. Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $y = x$. (слайд 7)

5. Как задать аналитически функцию, обратную данной $y=f(x)$? Составьте алгоритм.

Алгоритм аналитического задания функции, обратной данной $y=f(x)$:

1. Исследуйте функцию на монотонность
2. Выразите переменную x через y .
3. В полученной формуле поменяйте местами x и y . (слайд 8)

6. Как из графика функции $y=f(x)$ получить график ей обратной функции?

Чтобы получить график функции $y=f^{-1}(x)$, обратной по отношению к функции $y=f(x)$, надо график функции $y=f(x)$ преобразовать симметрично относительно прямой $y = x$ (биссектрисы 1 и 3 координатных углов). (слайд 9)

2. Организация проведения самостоятельной работы.

(Организация работы в парах, группах, индивидуальной работы; взаимооценивания, самооценивания, оценивания; рефлексии)

Деятельность ученика:

Выполнение практической работы (в группах), тестирования на компьютере (работа в парах), у доски (индивидуальная работа), обсуждение результатов работы в группах, записи в тетрадях.

Индивидуальная работа (у доски)

№1. На доске изображен график монотонной функции.
Построить график ей обратной функции.

№2. Являются ли функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ взаимно обратными, если:

а) $f(x) = 3x + 5, g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3};$

б) $f(x) = \frac{3}{5} - 6x, g(x) = 0,1 + \frac{1}{6}x?$

№3. Задайте аналитически функцию, обратную данной:

а) $y = 5x - 2;$ б) $y = \frac{x+7}{2x-5}.$

№1. На доске изображен график монотонной функции.
Построить график ей обратной функции.

№2. Являются ли функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ взаимно обратными, если:

а) $f(x) = 3x + 5, g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3};$

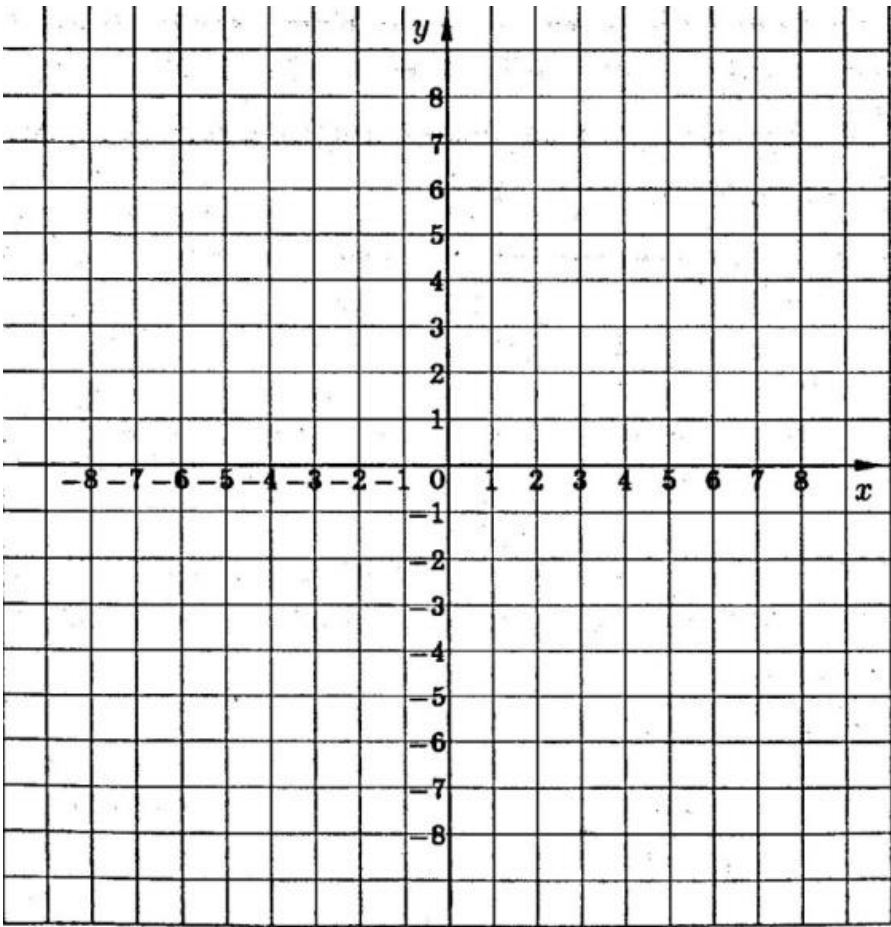
б) $f(x) = \frac{3}{5} - 6x, g(x) = 0,1 + \frac{1}{6}x?$

№3. Задайте аналитически функцию, обратную данной:

а) $y = 5x - 2;$ б) $y = \frac{x+7}{2x-5}.$

1. Используя алгоритм аналитического задания функции, обратной данной, для заданной функции найдите обратную: $y=2x-4$

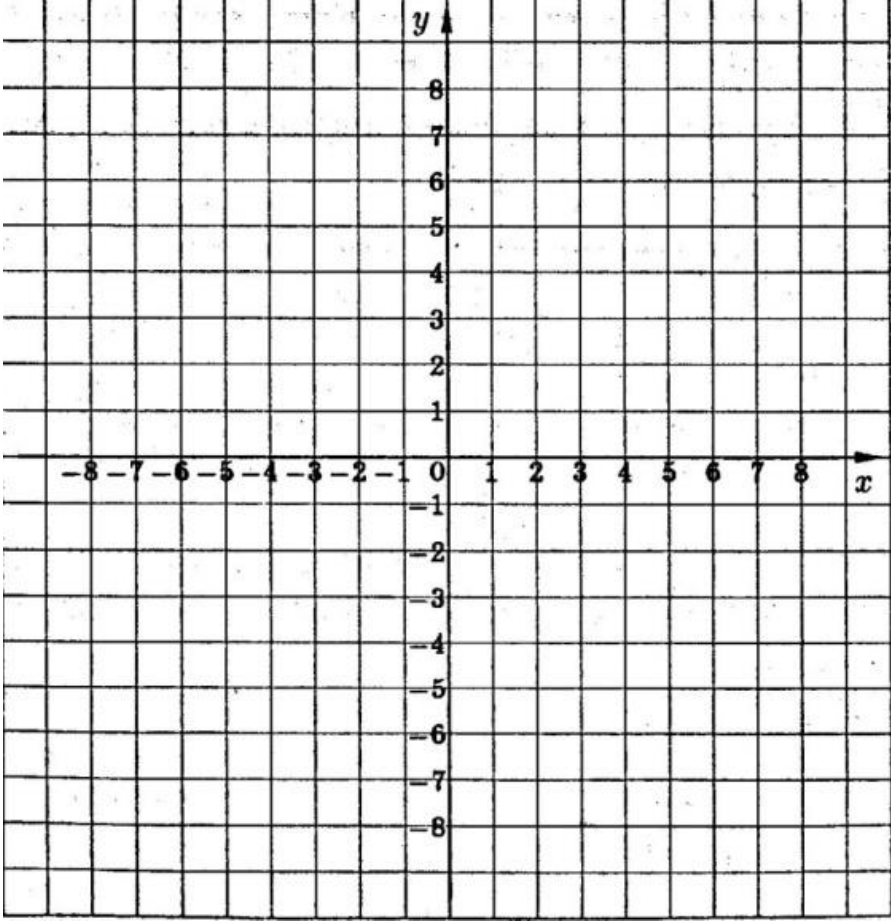
2. Заполните таблицу и сделайте вывод о свойствах обратных функций

| | Свойства обратных функций | «Прямая» функция | Обратная функция |
|----|---|---|------------------|
| | | $y=2x-4$ | $y=$ |
| 1. | $D(y)$ | | |
| | $E(y)$ | | |
| 2. | Монотонность функции | | |
| 3. | Постройте график функции в одной и той же системе координат |  | |
| | Проанализируйте свойства взаимно обратных функций. | | |

Маршрутный лист для 3-ей группы (высокий уровень)

1. Для заданной функции найдите обратную: $y = \frac{2x-6}{x-1}$ при $x < 1$
 (используя алгоритм аналитического задания функции, обратной данной)

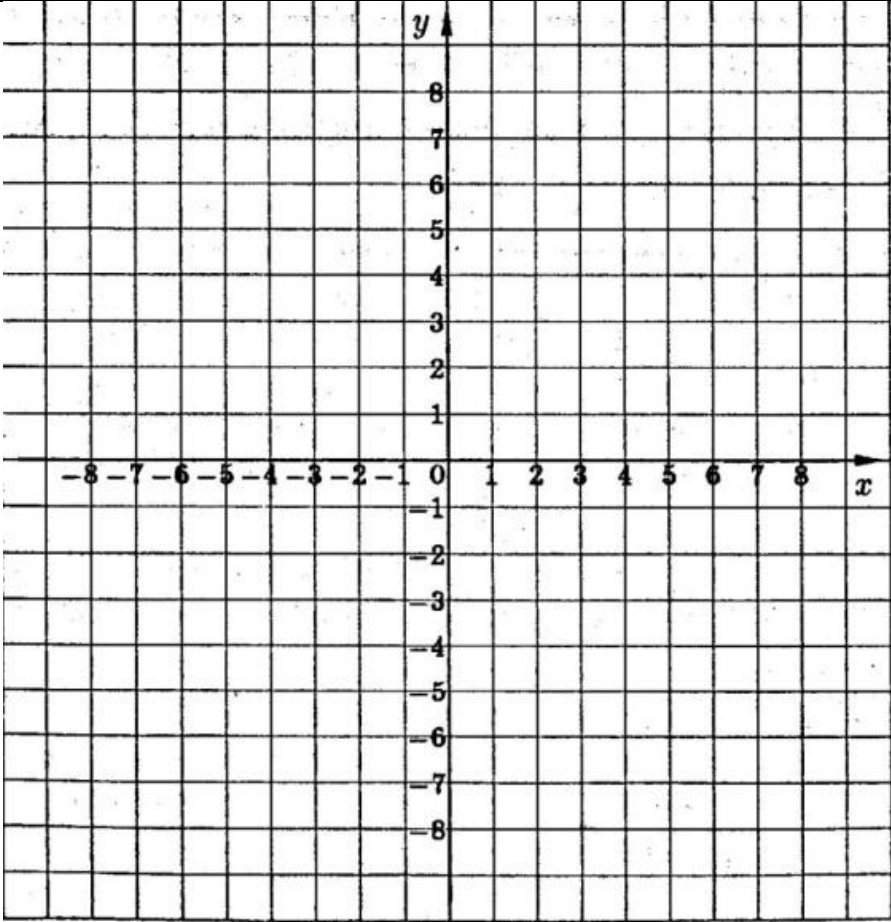
2. Заполните таблицу и сделайте вывод о свойствах обратных функций

| № п/п | Свойства обратных функций | «Прямая» функция | Обратная функция |
|-------|--|---|------------------|
| | | $y = \frac{2x-6}{x-1}$ при $x < 1$ | $y =$ |
| 1. | D(y) | | |
| | E(y) | | |
| 2. | Монотонность функции | | |
| 3. | Постройте графики функций в одной и той же системе координат |  | |
| | Проанализируйте свойства взаимно обратных функций. | | |

Маршрутный лист для 2-ой группы (повышенный уровень)

1. Для заданной функции найдите обратную: $y = x^2 - 3$ при $x \leq 0$
(используя алгоритм аналитического задания функции, обратной данной)

2. Заполните таблицу и сделайте вывод о свойствах обратных функций

| № п/п | Свойства обратных функций | «Прямая» функция | Обратная функция |
|-------|--|---|------------------|
| | | $y = x^2 - 3$ при $x \leq 0$ | $y =$ |
| 1. | D(y) | | |
| | E(y) | | |
| 2. | Монотонность функции | | |
| 3. | Постройте графики функций в одной и той же системе координат |  | |
| | Проанализируйте свойства взаимно обратных функций. | | |

- В дальнейшем при изучении каких тем нам пригодится «обратная функция»?

(обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции)

- На сегодняшнем уроке мы узнали, что **если условие обратимости функции не выполнено на всей области определения, то можно выделить промежуток, где функция только возрастает, либо только убывает, и на этом промежутке найти функцию, обратную данной.**

- Функция $y = \sin x$ обратима на всей области определения?

(Нет, т.к. она немонотонна на \mathbb{R})

- Какой промежуток, где функция возрастает, можно выделить, чтобы получить ей обратную?

(На отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ функция $y = \sin x$ возрастает. Получим ей обратную функцию $y = \arcsin x$ на отрезке $[-1; 1]$.)

Аналогичные рассуждения можно провести при нахождении обратной функции $y = \arccos x$.)

Домашнее задание:

самостоятельно по учебнику Алгебра и начала математического анализа, 10 кл. А.Г.Мордкович, П.В.Семенов (профильный уровень) рассмотрите тему: «Обратные тригонометрические функции» (параграф 21, п.1, 2, 3, 4) или по другим источникам в сети интернет; постройте графики обратных тригонометрических функций, используя материалы сегодняшнего урока. Творческое задание (построение графиков обратных тригонометрических функций, используя программу Advanced Grapher) – 2 человека (по желанию).

Подведение итогов.

Трудно ли было изучать новую тему дома самостоятельно?

Что нового вы узнали?

Какие трудности вы испытывали при выполнении практической работы?

Где можно применить новые знания?

Итак, сегодня мы

Поняли, что ...

Научились

Рефлексия.

Оцените свою работу на уроке. Работу класса.

Таблица «Плюс-минус-интересно»

| Плюс | Минус | интересно |
|---|--|---|
| <p>- что понравилось на уроке, -что вызвало положительные эмоции, -что было полезным, -что помогло достигнуть цели.</p> | <p>-что не понравилось на уроке, -что показалось скучным, вызвало неприязнь, -что осталось непонятным.</p> | <p>-что интересного узнал на уроке, -что хотел бы узнать, -какие хочешь задать вопросы учителю.</p> |
| | | |